**CINEMÁTICA DIRETA E CINEMÁTICA INVERSA**

**Exercício - 1**

**Título do Exercício: Cálculos cinemáticos para braços robóticos.**

**Recursos a serem utilizados:** Notas de aula, kit didático.

**Estratégia de ensino/aprendizagem:** Resolução de situação problema utilizando as anotações de aula.

**Capacidades técnicas:**

1. Realizar cálculos da cinemática direta
2. Realizar cálculos da cinemática inversa
3. Identificar a cadeia cinemática de um robô em específico.

**Capacidades Metodológicas:**

1. Interpretar contexto;
2. Documentar solução de forma organizada;

**Conhecimentos:**

* 1. Cinemática direta e inversa: identificação da cadeia cinemática, relação entre os ângulos de controle e a posição do terminal efetuador.

Cálculo matemático: resolução de cálculos trigonométricos e equações do segundo grau, geometria, cálculos com ângulos em graus e radianos.

**Pré-requisitos para o aluno:** Conhecimento sobre geometria, cálculo trigonométrico e resolução de equações.

**Situação De Aprendizagem:** Paula planeja e vende divisórias para custear as suas despesas na universidade. Ela fica rapidamente sobrecarregada com pedidos e decide construir um robô para pintar suas divisórias com spray. Como na maioria dos projetos de engenharia, ela começa por um projeto simplificado, o qual irá, finalmente, aperfeiçoar para torná-lo mais realístico. Porém, Paula descobre rapidamente que a robótica (o planejamento e controle de robôs) envolve uma considerável quantidade de Matemática

**Plano de Projeto**

O plano de Paula é desenvolver uma versão bidimensional do braço-robô na Figura 1. Conforme a Figura 2, o braço-robô irá consistir em duas conexões de comprimento fixo, cada uma delas girando independentemente em torno de um ponto pivô. O spray será preso à extremidade da segunda conexão e um computador irá variar os ângulos *θ1* e *θ2*, permitindo, deste modo, que o robô pinte uma região do plano *xy*.

**A Análise Matemática (Cinemática direta)**

Para analisar o movimento do braço-robô, Paula denota suas coordenadas por (*x, y*), como na Figura 3, e deduz as equações a seguir, que expressam *x* e *y* em termos dos ângulos *θ1* e *θ2*e dos comprimentos *l1* e *l2* das conexões:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Gráfico, Gráfico de linhas

Descrição gerada automaticamente

Sendo assim, pede-se:

1. Use a Figura 3 para confirmar as equações em (1).
   * Na linguagem da robótica, *θ1* e *θ*2 são chamados de ângulos de controle, o ponto (*x, y*) é chamado de terminal efetuador, e as equações em (1) são chamadas de equações cinemáticas do avanço (a palavra kinema, em grego, significa movimento).
2. Quais são as coordenadas do terminal efetuador se *l1* = 2, *l2* = 3, *θ1* = π/4 e *θ2* = π/6?
3. Quais são as coordenadas do terminal efetuador se *l1* = 135, *l2* = 147 (comprimentos dos braços do robô do kit didático), *θ1* = π/2 e *θ2* = -π/2? Posicione os braços do robô do kit nestes ângulos e verifique a posição do terminal efetuador para comprovar os cálculos. No controle do robô considere *θ1* = J2, *θ2* = J3 e trave J1 = 0, pois o mesmo trabalha nos três eixos xyz e ainda estamos realizando cálculos no plano bidimensional.

**Controlando a Posição do Terminal Efetuador (Cinemática inversa)**

O plano de Paula é fazer com que o robô pinte as divisórias em faixas verticais, da base para cima. Após pintar uma faixa, ela quer que o braço retorne para a base da divisória e se mova horizontalmente para a nova faixa a ser pintada. Como as seções das divisórias têm 90 cm de largura por 150 cm de altura, Paula decide optar por um robô com duas conexões de 90 cm, cuja base esteja posicionada próxima ao canto esquerdo e inferior de uma seção, como na Figura 4a. Como as conexões ampliadas do braço cobrem um raio de 180 cm, ela acha que agora as coisas irão funcionar.

Gráfico, Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Figura 4

Paula começa com o problema de pintar o lado direito do ponto (90, 0) até (90, 150). Com a ajuda de alguma Geometria básica (Figura 4b), ela determina que o terminal efetuador pode ser colocado no ponto (90,0), escolhendo os ângulos de controle *θ1* = π/3 (= 60°) e *θ2* = −2π/3 (= −120°) (verifique). Porém, o problema de encontrar os ângulos de controle correspondentes ao ponto (90, 150) é mais complicado. Assim, ela começa por substituir os comprimentos das conexões *l1* = *l2* = 90 nas equações cinemáticas do avanço (1), obtendo

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Assim sendo, para pôr o terminal efetuador no ponto (90, 150), os ângulos controladores devem satisfazer as equações

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Resolver essas equações em θ1 e θ2 desafia a habilidade de Paula em Álgebra e em Trigonometria, mas ela consegue fazê-lo usando o procedimento do exercício a seguir:

Use as equações em (3) e a identidade

Para mostrar que

Resolva a última equação para sen *θ1* em termos de cos *θ1* e substitua na identidade

Para obter

Trate a equação acima como quadrática em cos *θ1* e use a fórmula quadrática para obter

Use o comando *arc cos* de uma calculadora para resolver a equação acima e obter

Substitua cada um desses ângulos na primeira equação em (3) e a resolva para os valores correspondentes de *θ2*.

A princípio, Paula foi surpreendida pelo fato de que as soluções para *θ1* e *θ2* não eram únicas, mas o esboço da Figura 4c a convenceu rapidamente de que sempre haverá duas formas de posicionar as conexões para pôr o terminal efetuador em determinada posição.

Deste modo, pede-se:

1. Confirme os cálculos de Paula.

**Cinemática para o robô de três graus de liberdade**

Agora que você já sabe realizar os cálculos de cinemática direta e inversa para um robô planar de dois graus de liberdade, como seria possível realizar os cálculos para o robô com três graus de liberdade?

Observe na figura 5 que além das rotações dos braços *l1* e *l2*, agora também haverá a rotação da base. Deste modo o terminal efetuador poderá percorrer posições no espaço tridimensional, ao longo dos eixos *x, y* e *z*.

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Figura 5

A figura 6 apresenta a cadeia cinemática para o robô em questão. Observe que deixando *θ1* fixo, ao movimentar os ângulos *θ2* e *θ3*, o terminal efetuador percorrerá posições presentes no plano formado pelos braços *l1* e *l2*, e este cálculo você já sabe fazer!

Diagrama

Descrição gerada automaticamente

Figura 6

Sendo assim, pede-se:

1. Elabore as equações que apresentam as posições *x*, *y* e *z* do terminal efetuador em função dos ângulos de controle *θ1*, *θ2* e *θ3* . (cinemática direta)
2. Elabore as equações que definem as posições *x*, *y* e *z* em função dos ângulos de controle *θ1*, *θ2* e *θ3* . (cinemática inversa)
3. Implemente as equações obtidas no software de controle do kit didático e teste a sua funcionalidade

**Critérios para avaliação formativa:** (críticos) e (desejáveis)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **COMPETÊNCIAS DO ENADE** | **CAPACIDADES TÉCNICAS** | **CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO** |
| (I) (III) (VIII) | Realizar cálculos da cinemática direta | Demonstrou todos os passos para os cálculos da cinemática direta do robô com 2 graus de liberdade. |
| Demonstrou todos os passos para os cálculos da cinemática direta do robô com 3 graus de liberdade. |
| (I) (III) (VIII) | Realizar cálculos da cinemática inversa | Demonstrou todos os passos para os cálculos da cinemática inversa do robô com 2 graus de liberdade. |
| Demonstrou todos os passos para os cálculos da cinemática inversa do robô com 3 graus de liberdade. |
| (I) (III) (VIII) | Identificar a cadeia cinemática de um robô em específico. | Estabeleceu a relação entre as figuras apresentadas, com a cadeia cinemática dos robôs com 2 e 3 graus de liberdade, e suas respectivas equações. |
| **COMPETÊNCIAS DO ENADE** | **CAPACIDADES METODOLÓGICAS** | **CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO** |
| (I) (II) (V) (VI) (VII) | Interpretar contexto. | Desenvolveu a solução a partir da descrição da situação-problema. |
| Correlacionou os resultados obtidos com a utilização do braço robótico do kit didático. |
| (VI) | Documentar solução de forma organizada. | Documentou os cálculos de forma ordenada |
| Inseriu comentários nas linhas de cálculo. |
| Organizou os cálculos de forma clara |

O MEC publica portarias antes de cada Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (Enade), o qual inclui a descrição de competências avaliadas no componente específico de cada curso. A PORTARIA Nº 496, DE 31 DE MAIO DE 2019, que dispõe sobre o componente específico da área de Engenharia de Controle e Automação do Enade 2019, apresenta, no artigo 5, as seguintes competências a serem avaliadas:

I. identificar, formular e resolver problemas de Engenharia;

II. conceber e conduzir experimentos e interpretar resultados;

III. modelar e analisar sistemas;

IV. analisar, comparar e especificar componentes, dispositivos e equipamentos;

V. projetar, desenvolver, implementar e otimizar sistemas, produtos e processos;

VI. planejar, elaborar, coordenar e supervisionar projetos e serviços de Engenharia;

VII. inspecionar, operar e avaliar criticamente processos e sistemas e realizar sua manutenção;

VIII. desenvolver e/ou utilizar novos recursos, ferramentas e técnicas;

IX. avaliar a viabilidade econômica de projetos de Engenharia;

X. avaliar o impacto das atividades da Engenharia no contexto social e ambiental.